**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ**

**БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

**ФАКУЛЬТЕТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ**

**Кафедра информационных система управления**

Лабораторная работа № 2

**Численное интегрирование**

Вариант Г

**Выполнил**

Веренич Владислав Николаевич

3 курс 12 группа

**Преподаватель**

Будник А.М.

**Постановка задачи: Вариант *Г*.**

Дан интеграл .

1. Пользуясь выражением для погрешности интегрирования, определить шаг h в составной квадратурной формуле *…*, который обеспечит вычисление с точностью .

а) левых прямоугольников

б) правых прямоугольников

в) средних прямоугольников

***г) трапеций***

д) симпсона

1. Для вычисления интеграла применим квадратурную формулу Гаусса при заданном n. Оценить погрешность через формулу .

а) n = 6

б) n = 5

в) n = 4

***г) n = 3***

д) n = 2

1. Провести сравнительный анализ полученных результатов. Установить влияние АСТ на точность численного интегрирования.

В моём случае(вариант 1, 4-й в списке):

,

,

**Задание 1.**

Выражение погрешности интегрирования для составной формулы трапеций:

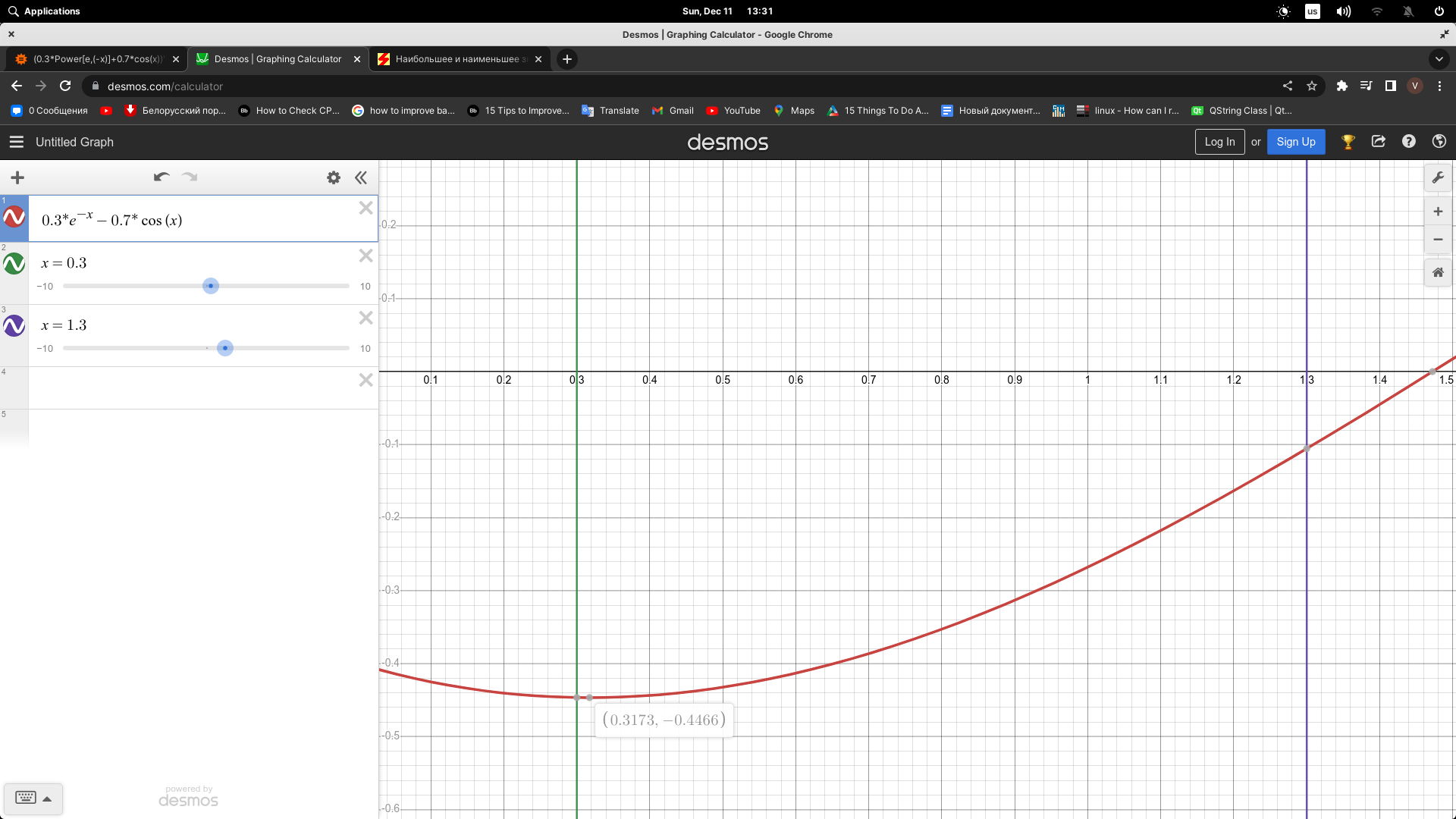
Найдем оценку сверху для погрешности, максимизируя производную:

Нам необходимо, чтобы . Выразим из формулы количество разбиений:

Найдем оценку для h:

Результат:

Посмотрев на график ф-ции , определим значение M:



То есть .

62

0.016129

**Задание 2.**

Для вычисления интеграла с применением квадратурной формулы Гаусса при заданном . Нам необходимо найти узлы на интервале . Для этого нужно решить уравнение:

В нашем случае:

Корни данного уравнения:

Для формирования на нашем интервале, нужно выполнить преобразование:

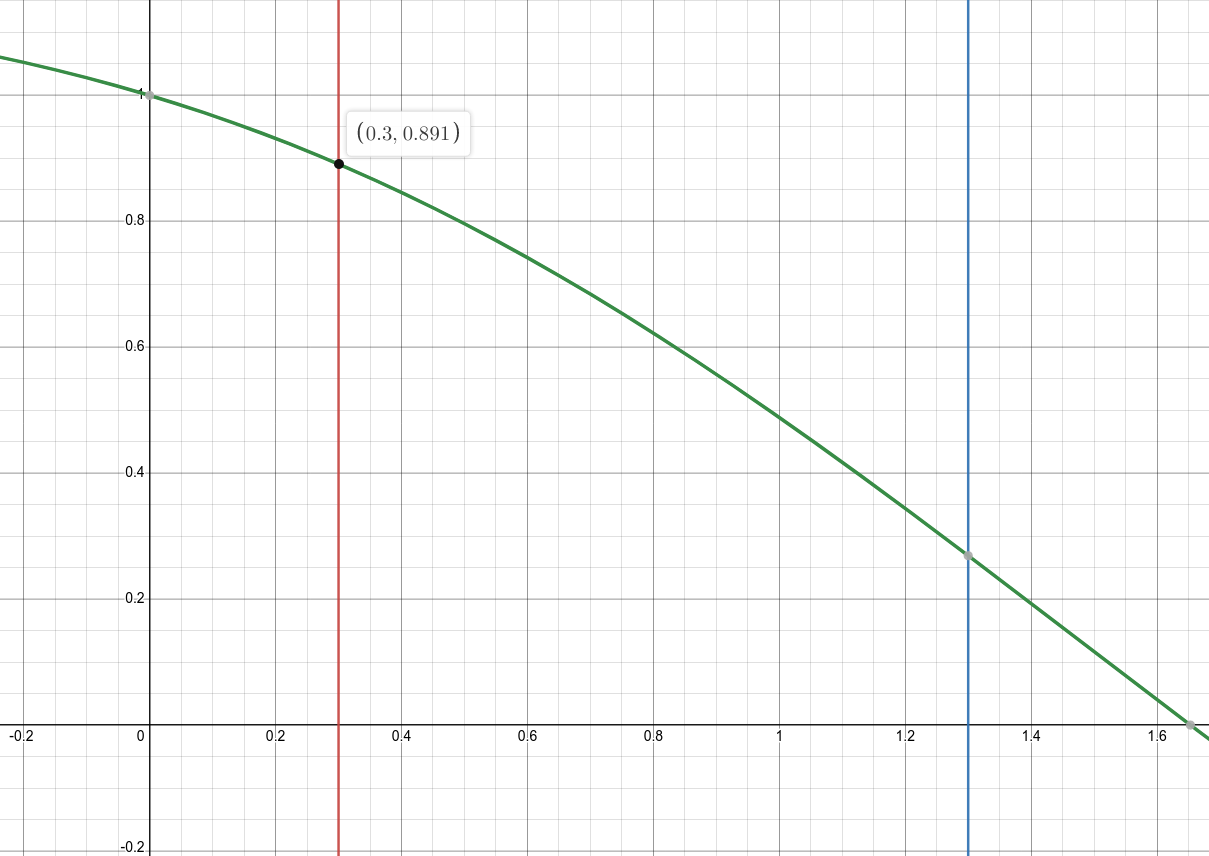
Приближенно мы считаем интеграл следующим образом:

Коэффициенты Ck считаются по формулам:

Расчет погрешности квадратурной формулы Гаусса происходит по формуле:

Максимизируем производную и получим оценку сверху:

Посмотрев на график ф-ции , определим значение M:



Таким образом, .

**Листинг**

Функция вычисления ф-ции:

double f (double x)

{

*return* 0.3 \* exp(-x) + 0.7 \* cos(x);

}

Функция вычисления неопределенного интеграла:

double integralF (double x)

{

*return* -0.3 \* exp(-x) + 0.7 \* sin(x);

}

Функция вычисления точного значения интеграла:

double ExactIntegral (double a, double b)

{

*return* integralF(b) - integralF(a);

}

Ф-ция вычисления коэффициентов :

double getCoefficient(double x)

{

*return* 2.0 / ((1 - pow(x, 2)) \* pow(legendrePolynomialFirstDerivative(x), 2));

}

Вычисление интеграла при помощи метода Гаусса:

double IntegralGauss (double a, double b, *const* int n = 4)

{

double \*t = *new* double [n],

\*A = *new* double [n];

t[0] = - sqrt(3.0 / 7 - (2 \* sqrt(6.0 / 5) / 7));

t[1] = sqrt(3.0 / 7 - (2 \* sqrt(6.0 / 5) / 7));

t[2] = - sqrt(3.0 / 7 + (2 \* sqrt(6.0 / 5) / 7));

t[3] = sqrt(3.0 / 7 + (2 \* sqrt(6.0 / 5) / 7));

A[0] = getCoefficient(t[0]);

A[1] = getCoefficient(t[1]);

A[2] = getCoefficient(t[2]);

A[3] = getCoefficient(t[3]);

double integral = 0;

*for* (int i = 0; i < n; ++i) {

integral += A[i] \* f ((a + b + (b - a) \* t[i]) / 2);

}

*delete* [] A;

*delete* [] t;

*return* integral \* (b - a) / 2;

}

Ф-ция вычисления действительной погрешности:

double FindResidual (double a, double b, double integral)

{

*return* ExactIntegral (a, b) - integral;

}

Ф-ция вычисления теоретической погрешности:

double getTheoreticalDifferenceByGauss(size\_t n, double a, double b)

{

double remainder = getMaxDerivativeOnInterval();

*//std::cout* *<<* *remainder* *<<* *"\n";*

remainder \*= pow(((b-a)/2), 2 \* n + 3);

*//std::cout* *<<* *remainder* *<<* *"\n";*

remainder \*= pow(2, 2\*n + 3);

*//std::cout* *<<* *remainder* *<<* *"\n";*

remainder /= (2\*n + 3);

std::cout << remainder << "\n";

*for*(size\_t i{1}; i < n + 1; ++i)

{

remainder \*= pow(i, 4);

std::cout << remainder << "\n";

}

*for*(size\_t i{1}; i < 2\*n + 2; ++i)

{

remainder /= pow(i, 3);

}

*return* remainder;

}

**Результаты**

|  | 0.4940471786 |
| --- | --- |
|  | 0.4940471785 |
|  | 0.000000000040442 |
|  | 0.000000000016174 |

**Задание 3.**

Теоретическая оценка погрешности сверху соответствует полученным результатам практических вычислений:

Алгебраическая степень точности (АСТ) – наибольшая степень полинома, для которого данный численный метод дает точное решение, т.е. с Таким образом, чем выше АСТ, тем меньше погрешность численного метода вычисления интеграла, в связи с тем, что любую не полиномиальную функцию можно заменить на интерполяционный полином. А в случае с полиномами, чем больше АСТ, тем точнее будет результат, если степень полинома меньше значения АСТ, иначе результат будет получен с .